

Προσεγγιστική Μέθοδος για την Εκτίμηση της Απόδοσης Ενός Συστήματος Extended Kanban

Στυλιανός Κουκούμιαλος
Τμήμα Διοίκησης Επιχειρήσεων, Πανεπιστήμιο Αιγαίου
Μιχάλων 8, 82 100 Χίος
skoukoum@mie.uth.gr

Κωνσταντίνος Μπουλάς
Τμήμα Μηχανικών Οικονομίας & Διοίκησης, Πανεπιστήμιο Αιγαίου
Φωστήνη 31, 82 100 Χίος
fme01074@fme.aegean.gr

Περίληψη

Τα συστήματα τύπου extended kanban χρησιμοποιούνται ευρέως για τον σχεδιασμό και τον έλεγχο συστημάτων παραγωγής. Στην παρούσα εργασία αναπτύσσουμε μία προσεγγιστική μέθοδο για την εκτίμηση της απόδοσης τέτοιων συστημάτων. Αρχικά, όπως απαιτείται για την σωστή αντιμετώπιση ενός συστήματος extended kanban, πραγματοποιείται ανάλυση σε ένα σετ υποσυστημάτων όπου στη συνέχεια το καθένα από αυτά το λύνουμε σε απομόνωση σαν να ήταν από μόνο του ένα αυτόνομο σύστημα. Σε αντίθεση με τα υπόλοιπα συστήματα παραγωγής τύπου kanban, η ανάλυση σε απομόνωση του κάθε σταθμού συγχρονισμού που υπάρχει σε κάθε ένα υποσύστημα, και που θα χρειαστεί να επιλυθεί, είναι αρκετά επίπονη λόγω του μεγέθους του σταθμού συγχρονισμού που απαιτεί επίλυση Μαρκοβιανών αλυσίδων ανώτερης τάξης. Η χρήση της μεθόδου της συνάθροισης των τάξεων για την επίλυση ενός σταθμού συγχρονισμού σε κάθε υποσύστημα, δίνει μια καλή προσέγγιση των παραμέτρων του σταθμού συγχρονισμού που μας ενδιαφέρουν, καθιστώντας την μέθοδο αρκετά ακριβή. Έτσι, ξεπερνώντας με αυτό τον τρόπο το πρόβλημα μπορούμε να λύσουμε αναλυτικά ένα σύστημα extended kanban, κατά τη φάση του σχεδιασμού και να βρούμε μέτρα απόδοσης όπως ποσοστό ανικανοποίητης ζήτησης, μέσος αριθμός καθυστερημένων παραγγελιών και μέσος χρόνος αναμονής καθυστερημένων παραγγελιών, έχοντας αρκετά σύντομα εικόνα για τη συμπεριφορά του υπό διαμόρφωση συστήματος.

Λέξεις Κλειδιά: Έλεγχος Παραγωγής/αποθεμάτων, Συστήματα πολλών σταδίων, Extended kanban, Εκτίμηση απόδοσης

1. Εισαγωγή

Στην παρούσα εργασία αναπτύσσουμε μία προσεγγιστική μέθοδο για την εκτίμηση της απόδοσης ενός συστήματος ελέγχου παραγωγής τύπου extended kanban που χρησιμοποιείται για τον συντονισμό της παραγωγής σε ένα πολλαπλών σταδίων σειριακό σύστημα παραγωγής /αποθεμάτων. Στη συνέχεια εξετάσαμε την ακρίβεια της μεθόδου μας με αρκετά αριθμητικά αποτελέσματα. Στην [12] εισάγεται το extended kanban από την σύνθεση των πολιτικών base stock και kanban. Προσεγγιστικές τεχνικές εφαρμόζονται στην [14] για τη σύγκριση των πολιτικών base stock, kanban και generalized kanban για συστήματα παραγωγής – αποθέματος ενός έως τεσσάρων σταδίων. Παρόμοια σύγκριση αλλά για σύστημα δύο σταδίων γίνεται στην [22]. Στην [4] γίνεται βελτιστοποίηση ενός συστήματος extended kanban δύο σταδίων με δεδομένη ζήτηση. Στην [1] γίνεται αποτίμηση της συμπεριφοράς συστημάτων extended kanban και τα αποτελέσματα της

χρησιμοποιούνται στην [2] για την ανάπτυξη μίας προσεγγιστικής μεθόδου για την εκτίμηση της απόδοσης των σταθμών συγχρονισμού ενός συστήματος extended kanban.

Κάποιες από τις πλέον διαδεδομένες μεθόδους για την εκτίμηση της απόδοσης των συστημάτων παραγωγής τύπου kanban είναι οι προσεγγιστικές μέθοδοι εκτίμησης δικτύων ουρών, με ιδιαίτερη έμφαση στα κλειστά δίκτυα. Ακριβείς λύσεις υπάρχουν μόνο για μία μικρή κατηγορία τέτοιων δικτύων, που είναι γνωστά ως διαχωρίσιμα, των οποίων οι πιθανότητες σε σταθερή κατάσταση έχουν λύση μορφής γινομένου. Σε μία πρώιμη εργασία ο Jackson [16] κατέδειξε ότι ένα ανοικτό δίκτυο με αφίξεις Poisson, εκθετικούς χρόνους εξυπηρέτησης, πιθανοκρατική δρομολόγηση και πειθαρχία (FCFS) έχει λύσεις μορφής γινομένου όπου κάθε σταθμός επιλύεται σαν ουρά M/M/1. Για την περίπτωση των κλειστών δικτύων που κρατούν τις προϋποθέσεις των δικτύων τύπου Jackson αποδείχθηκε στην [15] ότι η λύση μορφής γινομένου εξακολουθεί να υφίσταται. Σύνοψη επεκτάσεων των παραπάνω αποτελεσμάτων γίνεται στο θεώρημα BCMP στην [5]. Οι παράμετροι απόδοσης των διαχωρίσιμων δικτύων αποκτούνται με την χρήση αποτελεσματικών αλγορίθμων όπως του αλγόριθμου της συνέλιξης [9].

Οι περιορισμοί των διαχωρίσιμων δικτύων καθιστούν την εφαρμογή τους δύσκολη σε πραγματικά συστήματα. Για το λόγο αυτό έχουν γίνει προσπάθειες για την ανάπτυξη προσεγγιστικών μεθόδων για την επίλυση των μη διαχωρίσιμων δικτύων δηλ γενικών δικτύων, με γενικούς χρόνους εξυπηρέτησης και πειθαρχία FCFS. Οι περισσότερες μέθοδοι από αυτές βασίζονται στην αποσύνθεση. Για δίκτυα ρεαλιστικού μεγέθους αναπτύχθηκαν διάφορες προσεγγιστικές μέθοδοι. Μεταξύ των διαφορετικών προσεγγίσεων που έχουν προταθεί ιδιαίτερο ενδιαφέρον προκαλεί η μέθοδος Marie που βασίζεται στην ιδέα της αντικατάστασης του αρχικού δικτύου με ένα ισοδύναμο δίκτυο ουρών που έχει λύση μορφής γινομένου και εξυπηρετητές με μεταβαλλόμενο υπό φορτίο ρυθμό εξυπηρέτησης. Η παραπάνω προσεγγιστική τεχνική προτάθηκε στην [19].

Προσεγγιστικές μέθοδοι με επεκτάσεις σε διάφορες περιπτώσεις έχουν εφαρμοσθεί σε μία ποικιλία από δίκτυα ουρών. Στην [11] εξετάζεται ένα ανοικτό δίκτυο με περιορισμούς χωρητικότητας και γενικούς χρόνους εξυπηρέτησης. Η εργασία αυτή έχει ενδιαφέρον γιατί εναλλάσσεται ο ρόλος των εργασιών και των πόρων για την εκτέλεση τους με αποτέλεσμα οι παράμετροι απόδοσης του ανοικτού συστήματος να υπολογίζονται από τις παραμέτρους απόδοσης του ισοδύναμου κλειστού δικτύου. Στην [13] αναπτύσσεται μία αναλυτική μέθοδος για την εκτίμηση της απόδοσης ενός σειριακού συστήματος kanban πολλών σταδίων. Σε αυτή τη προσεγγιστική μέθοδο το αρχικό σύστημα αποσυντίθεται σε ένα σύνολο υποσυστημάτων που καθένα από αυτά συσχετίζεται με ένα ιδιαίτερο στάδιο. Κάθε υποσύστημα αναλύεται σε απομόνωση χρησιμοποιώντας μία προσεγγιστική τεχνική για εξαγωγή μίας λύσης μορφής γινομένου. Τα κλειστά δίκτυα με περιορισμούς πληθυσμού και γενικούς χρόνους εξυπηρέτησης εξετάστηκαν από τους Baynat και Dallery στην [6] όπου ο αριθμός των πελατών που μπορούν να είναι ταυτόχρονα στο δίκτυο είναι σταθερός και ίσος με ένα δοσμένο αριθμό. Αν το δίκτυο είναι πλήρες ο πελάτης που θα έρθει υποχρεούται να αναμένει σε μία εξωτερική FCFS ουρά και κατέληξαν ότι η τεχνική του Marie είναι η πλέον κατάλληλη για επίλυση τέτοιων δικτύων. Οι ίδιοι συγγραφείς στην [7] προτείνουν μία προσεγγιστική μέθοδο βασισμένη σε τεχνικές προσέγγισης λύσεων μορφής γινομένου στην προσπάθεια να αναλύσουν σταθμούς συγχρονισμού πολλών τάξεων με πελάτες διαφόρων κατηγοριών, γνωστή ως μέθοδος της συνάθροισης των τάξεων. Στην [3] γίνεται επίλυση σταθμού συγχρονισμού με βάση την παραπάνω προσεγγιστική μέθοδο για την λύση ενός σταθμού συγχρονισμού του extended kanban.

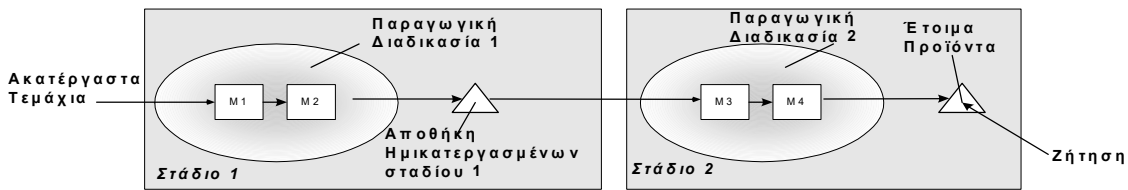
Η προσεγγιστική μέθοδος που αναπτύξαμε στην παρούσα για την εκτίμηση της απόδοσης ενός συστήματος extended kanban βασίζεται στη μέθοδο Marie. Για την ανάπτυξη της μεθόδου αρχικά μοντελοποιήσαμε το υπό εξέταση σύστημα σαν ένα ανοικτό αναμονητικό δίκτυο με σταθμούς συγχρονισμού. Κάθε στάδιο συσχετίζεται με τα αντίστοιχα kanban του. Εναλλάσσοντας τους ρόλους των κατεργαζόμενων τεμαχίων και των πόρων (kanban) του ανοικτού δικτύου αποκομίζουμε ένα ισοδύναμο κλειστό δίκτυο πολλών τάξεων του οποίου ο πληθυσμός κάθε τάξης είναι ίσος με την δυναμικότητα ή αλλιώς με τον αριθμό των kanbans που είναι συσχετισμένα με το στάδιο αυτό. Στη συνέχεια αποσυνθέτουμε το κλειστό δίκτυο σε ένα σύνολο υποσυστημάτων κάθε ένα από τα οποία αντιστοιχεί σε ένα στάδιο της παραγωγικής διαδικασίας δεδομένου ότι κάθε υποσύστημα αντιστοιχεί σε μία ιδιαίτερη τάξη και αναλύεται με τη μέθοδο Marie. Αντιμετωπίζουμε την επίλυση κάθε σταθμού συγχρονισμού με τη μέθοδο της συνάθροισης των τάξεων πλην του αρχικού και τελικού σταθμού που επιλύονται με χρήση Μαρκοβιανών αλυσίδων. Κάθε υποσύστημα αλληλεπιδρά δε με τα γειτονικά του, μιας και λαμβάνει τεμάχια από τα προς τα πίσω στάδια της παραγωγικής διαδικασίας και τα απελευθερώνει προς τα εμπρός στάδια. Μία σταθερού σημείου επαναληπτική διαδικασία χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό των αγνώστων παραμέτρων του υποσυστήματος λαμβάνοντας υπόψη τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των γειτονικών υποσυστημάτων.

Η υπόλοιπη εργασία οργανώνεται ως ακολούθως: Περιγράφουμε το Extended Kanban και δίνουμε το αναμονητικό του μοντέλο στην ενότητα 2 ενώ στην επόμενη ενότητα 3 παρουσιάζουμε την αποσύνθεση του συστήματος. Στην ενότητα 4 αναλύουμε ένα στάδιο του EKCS σε απομόνωση. Στην ενότητα 5 παρουσιάζουμε την ανάλυση του συστήματος EKCS πολλαπλών σταδίων. Ακολούθως στην ενότητα 6 δίνουμε αριθμητικά αποτελέσματα της μεθόδου και τα συγκρίνουμε με αντίστοιχα αποτελέσματα που εξήχθησαν με προσομοίωση. Τέλος στην ενότητα 7 παραθέτουμε σύντομα συμπεράσματα.

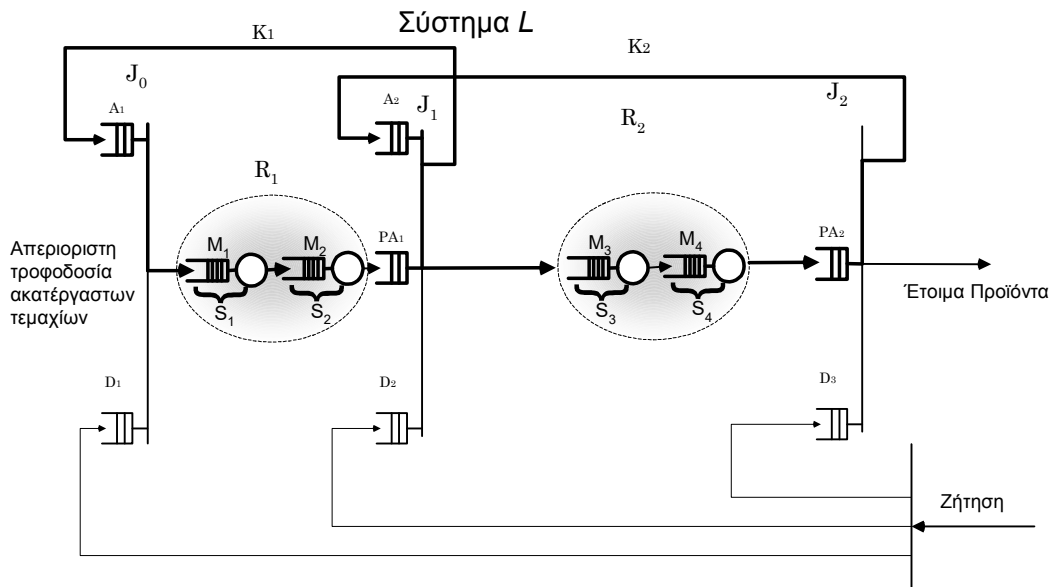
2. Το σύστημα ελέγχου παραγωγής Extended Kanban

Ένα σύστημα Extended Kanban, όπως έχει περιγραφεί παραπάνω, έχει μοντελοποιηθεί σαν αναμονητικό δίκτυο με μηχανισμούς συγχρονισμού. Έστω L το συνολικό μας δίκτυο. Η παραγωγική διαδικασία του κάθε σταδίου μπορεί να μοντελοποιηθεί σαν ένα υποδίκτυο (Σχήμα 1) στο οποίο κάθε μηχανή αντιπροσωπεύεται σαν ένας σταθμός. Έτσι κάθε μηχανή M_i αντιστοιχίζεται με ένα σταθμό S_i , όπου $i=1, \dots, m$ με m το πλήθος των μηχανών. Έστω ότι κάθε στάδιο αντιστοιχίζεται με ένα υποσύστημα R_i και έστω m_i ο αριθμός των σταθμών του υποδικτύου R_i (Σχήμα 2 για δύο στάδια). Η πολιτική Extended Kanban του συστήματος μοντελοποιείται με τη χρήση των σταθμών συγχρονισμού στην έξοδο του κάθε σταδίου. Έστω με J_i ο σταθμός συγχρονισμού στην έξοδο του κάθε σταδίου i , $i=2, \dots, N-1$ όπου N ο αριθμός των σταδίων. Ένας σταθμός συγχρονισμού J_i με $1 < i < N$ αντιπροσωπεύει το συντονισμό των κατεργασμένων τεμαχίων του i σταδίου με τα ελεύθερα kanbans του $i+1$ σταδίου. Έστω PA_i , D_{i+1} και A_{i+1} ουρές του σταθμού J_i με αντίστοιχα τα κατεργασμένα τεμάχια του σταδίου i , τη ζήτηση για τεμάχια του σταδίου i και τα ελεύθερα kanbans του σταδίου $i+1$. Ο συγχρονισμός υπαγορεύει ότι μόλις κάθε μία ουρά έχει τουλάχιστον μία οντότητα αυτόματα απελευθερώνεται ένα τεμάχιο από το σταθμό συγχρονισμού J_i στην πρώτη ουρά του σταδίου $i+1$. Είναι φανερό ότι ιδεατά ο σταθμός συγχρονισμού πάντοτε έχει μία τουλάχιστον από τις ουρές του άδεια. Για το πρώτο στάδιο και τον σταθμό J_0 έχουμε να αναφέρουμε ότι τροφοδοτείται από μία ουρά, την P_0 , που υποθέτουμε ότι πάντοτε περιέχει ακατέργαστα τεμάχια και για το λόγο αυτό δεν την παρουσιάζουμε στο σύστημα.

Σχήμα 1. Σειριακό σύστημα παραγωγής αποσυνθεμένο σε δύο στάδια



Αντίστοιχα στο τελευταίο στάδιο έχουμε πάλι μία ουρά λιγότερη λόγω της εξόδου των κατεργασμένων τεμαχίων από το σύστημα την A_{N+1} που δεν υπάρχει. Μόλις παραδοθεί ένα τελικό τεμάχιο στον πελάτη αυτόματα το ελεύθερο kanban συνενώνεται στην A_N (σημ. A_2 στο σχήμα 2).



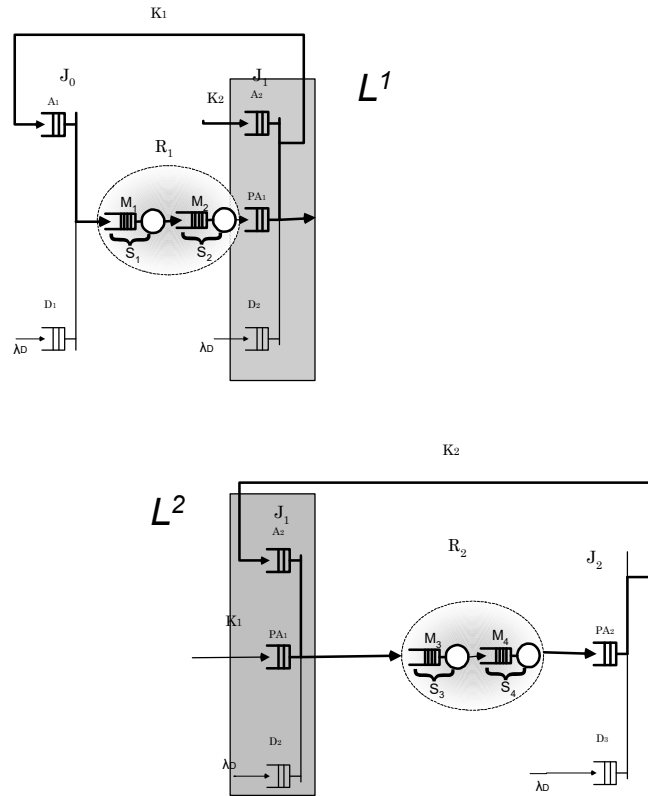
Σχήμα 2. Εφαρμογή πολιτικής τύπου Extended Kanban στο σύστημα του σχήματος 1

3. Αποσύνθεση του EKCS

Αποσυνθέτουμε το σύστημα που εξετάζουμε σε στάδια της παραγωγικής διαδικασίας όπως αναφέρθηκε και παραπάνω (Σχήμα 3). Η παραπάνω αποσύνθεση ικανοποιεί τις υποθέσεις που αναφέρονται στην [6], και εξασφαλίζουν ότι οι διαμερίσεις των συστημάτων είναι τέτοιες που οι προσεγγίσεις λύσεων μορφής γινομένου είναι καλύτερες και οι χρησιμοποιούμενοι αλγόριθμοι περισσότερο αποδοτικοί. Αν και για το τελευταίο δεν υπάρχει κάποια θεωρητική απόδειξη, τα πειραματικά αποτελέσματα καταδεικνύουν ότι αυτές θα πρέπει να εφαρμόζονται.

Σκοπός μας είναι η ανάλυση του συστήματος L με αποσύνθεση σε N υποσυστήματα L^i με $i=1, \dots, N$ και $N \geq 2$. Κάθε υποσύστημα αποτελείται από ένα υποδίκτυο R_i έναν προς τα πίσω σταθμό συγχρονισμού I^i και έναν προς τα εμπρός σταθμό O^i . Ο αριθμός των kanbans του υποσυστήματος είναι K_i . Κάθε υποσύστημα L^i με $i=2, \dots, N-1$ συγχρονίζει τρεις εξωτερικές διαδικασίες αφίξεων μία στον σταθμό συγχρονισμού I^i (ακατέργαστα i -σταδίου) μία στο σταθμό συγχρονισμού O^i (απαιτήσεις i -σταδίου). Η τρίτη αφορά τη ζήτηση που φθάνει με ρυθμό λ_D στους δύο σταθμούς O^1 και I^1 .

Το στάδιο 1 συγχρονίζει στον σταθμό I^1 την λ_D και το στάδιο N συγχρονίζει στον O^N τη λ_D . Ο σταθμός συγχρονισμού J_i του συστήματος που συνδέει το i με το $i+1$ στάδιο εμφανίζεται δύο φορές. Μία στο σύστημα L^i σαν O^i και μία στο L^{i+1} σαν I^{i+1} .



Σχήμα 3. Το σύστημα δύο σταδίων αποσυντίθεται σε δύο υποσυστήματα με τον σταθμό J_1 να εμφανίζεται και στα δύο

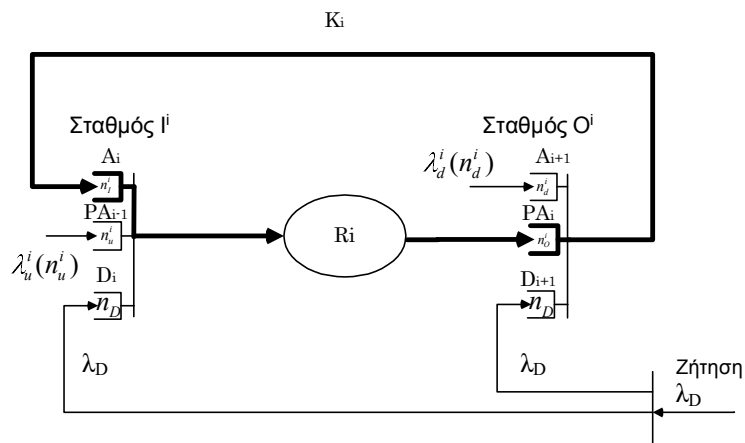
Κάθε άφιξη εξωτερικά του συστήματος L^i θεωρείται ως Μαρκοβιανή που εξαρτάται από την κατάσταση του συστήματος (δηλ πόσοι πελάτες ήδη υπάρχουν στην ουρά τη στιγμή της άφιξης). Έστω $\lambda_u^i(n_u^i)$ ο ρυθμός άφιξης της εξωτερικής ουράς ακατέργαστων στο σύστημα L^i , όπου με n_u^i δηλώνεται ο αριθμός των ακατέργαστων τεμαχίων που είναι παρόντα στο σταθμό I^i . Ισχύει : $0 \leq n_u^i \leq K_{i-1}$ μιας και ο αριθμός των τεμαχίων που εισάγονται σε ένα στάδιο δεν μπορεί να υπερβεί τον αριθμό των kanbans του προηγούμενου σταδίου. Έτσι προκύπτει $\lambda_u^i(K_{i-1})=0$. Παρόμοια με $\lambda_d^i(n_d^i)$ δηλώνουμε τον ρυθμό άφιξης των απαιτήσεων (kanban) στο υποσύστημα L^i , όπου με n_d^i δηλώνεται ο αριθμός των εξουσιοδοτήσεων που είναι παρούσες στον σταθμό O^i . Συμμετρικά ισχύει : $0 \leq n_d^i \leq K_{i+1}$. Πράγματι ο αριθμός των εξουσιοδοτήσεων στην έξοδο του σταδίου i δεν μπορεί να υπερβεί τον αριθμό των kanbans του σταδίου $i+1$. Έτσι $\lambda_d^i(K_{i+1})=0$.

Στην προσπάθεια μας να εξάγουμε την απόδοση του δικτύου L έχουμε να επιλύσουμε τα παρακάτω δύο προβλήματα με τα οποία θα ασχοληθούμε στις επόμενες ενότητες:

1. Πως θα αναλύσουμε κάθε υποσύστημα L^i υποθέτοντας ότι οι εξωτερικοί ρυθμοί άφιξης είναι γνωστοί.
2. Πως τελικά θα υπολογίσουμε τους άγνωστους ρυθμούς άφιξης

4. Ανάλυση σε απομόνωση ενός σταδίου του EKCS

Σε αυτή την ενότητα αναλύουμε κάθε στάδιο ξεχωριστά σε απομόνωση (Σχήμα 4). Το στάδιο της παραγωγικής διαδικασίας θεωρείται σαν ένα κλειστό αναμονητικό σύστημα που προσεγγίζεται τελικά από ένα υποδίκτυο και δύο εκθετικούς εξυπηρετητές με ρυθμό εξαρτώμενο από το φορτίο, που αντιπροσωπεύουν τους σταθμούς συγχρονισμού. Σύμφωνα με το μετασχηματισμό που γίνεται στην [11] τα K_i kanban είναι πλέον πελάτης του υποσυστήματος. Έστω ότι εξετάζουμε το L^i για $i=2, \dots, N-1$. Υποτίθεται ότι οι ρυθμοί $\lambda_u^i(n_u^i)$ με $0 \leq n_u^i \leq K_{i-1}$ και $\lambda_d^i(n_d^i)$ με $0 \leq n_d^i \leq K_{i+1}$ είναι γνωστοί. Θεωρούμε το στάδιο σαν ένα κλειστό σύστημα με K_i πελάτες και τα τεμάχια προς κατεργασία, τις απαιτήσεις και τις ζητήσεις σαν εξωτερικούς πόρους (βλ. Σχήμα 4). Έτσι το σύστημα μας αποτελείται από ένα υποδίκτυο R_i και δύο σταθμούς συγχρονισμού I^i και O^i . Ο σταθμός I^i αντιπροσωπεύει τον συγχρονισμό μεταξύ του πελάτη (ελεύθερο kanban), της ζήτησης και του πόρου (τεμάχιο). Αντίστοιχα ο σταθμός O^i αντιπροσωπεύει το συγχρονισμό μεταξύ του πελάτη που αποτελείται από το kanban συσχετισμένο με ένα κατεργασμένο τεμάχιο και των πόρων δηλ της εξουσιοδότησης για παραγωγή νέου τεμαχίου και της ζήτησης. Από αυτό το δίκτυο δεν μπορεί να εξαχθεί λύση μορφής γινομένου μιας και δεν εκπληρώνει τις προϋποθέσεις για την εξαγωγή αυτής της λύσης [5]. Ακριβής λύση προκύπτει μόνον από την CTMC, με χρήση αριθμητικών τεχνικών, πράγμα όχι τόσο χρήσιμο. Γι αυτό χρησιμοποιούμε την τεχνική προσέγγισης μορφής γινομένου της οποίας λεπτομέρειες και αναφορές μπορεί κανείς να βρει στην [6]. Χάριν της απλότητας απορρίπτουμε τη δεικτοδότηση i εφόσον αναφερόμαστε στο ίδιο σύστημα για το υπόλοιπο τμήμα της ενότητας.



Σχήμα 4. Ένα ενδιάμεσο στάδιο L_i με πελάτες K_i και πόρους που εισέρχονται από γειτονικά στάδια (γενικευμένη περίπτωση).

Το κλειστό αναμονητικό δίκτυο που προκύπτει τότε διαμερίζεται σε $m+2$ υποσυστήματα. Τους δύο σταθμούς συγχρονισμού I και O και στους m σταθμούς του υποδικτύου R . Κάθε τέτοιο υποσύστημα αντιστοιχίζεται με έναν εκθετικό εξυπηρετητή με

ρυθμό συναρτούμενο με το φορτίο. Δεικτοδοτούμε τα υποσυστήματα με τη χρήση του δείκτη $k \in S(k) = \{1, 2, \dots, m, 0\}$. Δηλώνουμε με $\mu_k(n_k)$ τον συναρτούμενο με το φορτίο ρυθμό εξυπηρέτησης όταν είναι παρόντες n_k πελάτες σε αυτόν. Το ισοδύναμο δίκτυο είναι τότε ένα δίκτυο που ανήκει στην κατηγορία αυτών που έχουν λύση σαν μορφή γινομένου [5],[15] και αποτελείται από $m+2$ σταθμούς και K πελάτες. Ορίζουμε την κατάσταση του δικτύου με το διάνυσμα $\underline{n} = (n_1, n_2, \dots, n_m, n_0)$ όπου n_k δηλώνει τον αριθμό των πελατών που είναι παρόντες στο σταθμό k . Τότε η πιθανότητα να έχουμε την κατάσταση \underline{n} , $p(\underline{n})$ δίνεται από την ακόλουθη λύση μορφής γινομένου [16]:

$$p(\underline{n}) = \frac{1}{G(K)} \prod_{k \in S(k)} \left(\prod_{n=1}^{n_k} \frac{V_k}{\mu_k(n)} \right) \quad (1)$$

Όπου η $G(K)$ είναι η σταθερά κανονικοποίησης και V_k ο μέσος ρυθμός επισκεψιμότητας του σταθμού k . Ο προσδιορισμός των παραμέτρων προϋποθέτει την επίλυση κάθε υποσυστήματος k σε απομόνωση υπό φορτίο καθοριζόμενο από το Μαρκοβιανό ρυθμό άφιξης, $\lambda_k(n_k)$ που μεταβάλλεται με τον συνολικό αριθμό πελατών που είναι παρόντες στο σύστημα. Έστω T_k το ανοικτό σύστημα υπό το παραπάνω φορτίο που μπορεί να επιλυθεί με κάθε κατάλληλη τεχνική επίλυσης των υποκείμενων Μαρκοβιανών αλυσίδων -μία σύντομη επεξήγηση παρατίθεται στο τέλος της ενότητας- έτσι ώστε να εξαγάγουμε τις πιθανότητες της κατάστασης ισορροπίας του να έχουμε n_k πελάτες σε κάθε απομονωμένο σύστημα k , έστω $p_k(n_k)$. Η κατά συνθήκη παραγωγή $v_k(n_k)$ του απομονωμένου συστήματος με n_k πελάτες είναι:

$$v_k(n_k) = \lambda_k(n_k - 1) \frac{p_k(n_k - 1)}{p_k(n_k)}, \quad n_k = 1, \dots, K \quad (2)$$

Ο υπό φορτίο ρυθμός εξυπηρέτησης για τον k -σταθμό του ισοδύναμου δικτύου είναι ίσος με την κατά συνθήκη παραγωγή του ανταποκρινόμενου υπό απομόνωση συστήματος.

$$\mu_k(n_k) = v_k(n_k) \text{ για } n_k = 1, \dots, K \quad (3)$$

Από τη στιγμή που υπολογίστηκε το $\mu_k(n_k)$ το $\lambda_k(n_k)$ υπολογίζεται σαν:

$$\lambda_k(n_k) = \frac{G_k(K - n_k - 1)}{G_k(K - n_k)}, \quad n_k = 1, \dots, K - 1 \quad \dots \quad (4)$$

Όπου $G_k(p)$ η σταθερά κανονικοποίησης του ισοδύναμου δικτύου με τον k σταθμό να έχει αφαιρεθεί και πληθυσμό p . Η $G_k(p)$ είναι συνάρτηση των παραμέτρων $\mu_h(n_h)$, $h \neq k$ και $n_h = 1, \dots, K$ και μπορεί να υπολογισθεί με κάποιον υπολογιστικό αλγόριθμο για δίκτυα με λύση μορφής γινομένου [8].

Η ως παραπάνω περιγραφείσα διαδικασία είναι επαναληπτική και υλοποιείται με τον παρακάτω αλγόριθμο 1:

Αλγόριθμος 1: Ανάλυση ενός σταδίου Extended Kanban σε απομόνωση:

Βήμα 0: Αρχικοποιούμε με τις άγνωστες παραμέτρους $\mu_k(n_k)$ να λαμβάνουν τιμές $\forall k \in S(k) = \{1, 2, \dots, m, 0\}$ και $n_k = 1, \dots, K$.

Βήμα 1: $\forall k \in S(k)$:

Υπολογίζουμε τους εξαρτώμενους από την κατάσταση ρυθμούς άφιξης $\lambda_k(n_k)$ για $n_k=0, \dots, K-1$ από την (4)

Βήμα 2: $\forall k \in S(k)$

2.1 Αναλύουμε το ανοικτό αναμονητικό δίκτυο T_k .

2.2 Εξαγάγουμε τις πιθανότητες σε στασιμότητα $p_k(n_k)$ του να έχουμε n_k πελάτες για $n_k=0, \dots, K$

2.3 Υπολογίζουμε την κατά συνθήκη παραγωγή $v_k(n_k)$ χρησιμοποιώντας την (2).

Βήμα 3: $\forall k \in S(k)$

Θέτουμε τον ρυθμό εξυπηρέτησης υπό φορτίο του σταθμού k στο ισοδύναμο δίκτυο με λύση μορφής γινομένου $\mu_k(n_k)=v_k(n_k)$ για $n_k=1, \dots, K$

Βήμα 4: Αν οι παράμετροι $\mu_k(n_k)$ δεν ικανοποιούν το κριτήριο σύγκλισης, που έχουμε ορίσει, επιστρέφουμε στο Βήμα 1.

Η παραπάνω επαναληπτική διαδικασία μας επιτρέπει να υπολογίσουμε όλους τους ρυθμούς $\mu_k(n_k) \forall k \in S(k)$ οπότε όλοι οι παράμετροι απόδοσης του συστήματος εύκολα εξάγονται [8].

Στο βήμα 2.1 του παραπάνω αλγορίθμου ζητείται η ανάλυση του T_k . Διακρίνουμε τις περιπτώσεις:

Το T_k με $k=1,2, \dots, m$ εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του συστήματος, είναι παράμετρος σχεδιασμού του και μπορεί να αναλυθεί πχ σαν ουρά $\lambda(n)/M/1/K$ ή $\lambda(n)/PH/1/K$ ή σαν $\lambda(n)/Cox/1/K$ [20],[10].

Αν αναλύουμε τους σταθμούς συγχρονισμού T_1 , ή το T_0 , που η ανάλυση τους είναι απaráλλαχτη τότε τους αντιμετωπίζουμε σαν σταθμούς που τροφοδοτούνται από τρεις ουρές με Μαρκοβιανούς ρυθμούς άφιξης και τους επιλύουμε με την μέθοδο που παρουσιάζεται στην [7].

Ειδικότερα στο αρχικό και τελικό στάδιο οι T_1 και T_0 έχουν δύο ουρές την A_1, D_1 στο αρχικό και PA_N, DN_{N+1} στο τελικό στάδιο και τους επιλύουμε με ακριβείς λύσεις Μαρκοβιανής Αλυσίδας [17].

5. Ανάλυση ενός συστήματος EKCS πολλών σταδίων

Εξετάζουμε και πάλι το δίκτυο L που έχει αποσυντεθεί σε ένα σύνολο N υποσυστημάτων. Οι άγνωστες παράμετροι στην αποσύνθεση είναι: οι ρυθμοί άφιξης των ακατέργαστων τεμαχίων στον προς τα πίσω σταθμό συγχρονισμού Γ^i , $\lambda_u^i(n_u^i)$ με $0 \leq n_u^i \leq K_{i-1}-1$ και για $i=2, \dots, N$ και οι ρυθμοί άφιξης των εξουσιοδοτήσεων για την παραγωγή τεμαχίων σε κάθε προς τα εμπρός σταθμό συγχρονισμού $\lambda_d^i(n_d^i)$ με $0 \leq n_d^i \leq K_{i+1}-1$ και για $i=1, \dots, N-1$. Με βάση το γεγονός ότι οι σταθμοί συγχρονισμού Γ^i του L^i και O^{i-1} του L^{i-1} ταυτίζονται στον σταθμό J_{i-1} του αρχικού δικτύου L (βλ σχήμα 3) θα πρέπει και οι αντίστοιχοι ρυθμοί να εξισώνονται. Έτσι η εξωτερική διαδικασία άφιξης ακατέργαστων στον σταθμό Γ^i του L^i ουσιαστικά ταυτίζεται με τη διαδικασία άφιξης των κατεργασμένων τεμαχίων στον O^{i-1} του L^{i-1} . Όμως η τελευταία στην ανάλυση

του υποσυστήματος L^{i-1} σε απομόνωση είναι η εξαρτώμενη από την κατάσταση διαδικασία με ρυθμό $\lambda_0^{i-1}(n)$, $n=0, \dots, K_{i-1}-1$. Σαν αποτέλεσμα έχουμε το πρώτο σύνολο σχέσεων:

$$\lambda_u^i(n) = \lambda_0^{i-1}(n), \quad \text{για } n=0, \dots, K_{i-1}-1 \text{ και } i=2, \dots, N \quad (5)$$

Με την ίδια λογική ο προς τα εμπρός σταθμός συγχρονισμού O^i του L^i και ο I^{i+1} του L^{i+1} και οι δύο ταυτίζονται στον ίδιο σταθμό συγχρονισμού J_i του αρχικού δικτύου L . Έτσι η εξωτερική διαδικασία αφίξεων των απαιτήσεων του σταθμού συγχρονισμού O^i στο L^i πρέπει να είναι ταυτόσημη με την διαδικασία αφίξεων απαιτήσεων (ελεύθερα kanbans) στο σταθμό συγχρονισμού I^{i+1} στο L^{i+1} . Η τελευταία στην ανάλυση του υποσυστήματος L^{i+1} σε απομόνωση είναι η εξαρτώμενη από την κατάσταση διαδικασία με ρυθμό $\lambda_r^{i+1}(n)$, $n=0, \dots, K_{i+1}-1$. Σαν αποτέλεσμα έχουμε το δεύτερο σύνολο σχέσεων:

$$\lambda_d^i(n) = \lambda_r^{i+1}(n) \quad \text{για } n=0, \dots, K_{i+1}-1 \text{ και } i=1, \dots, N-1 \quad (6)$$

Έτσι το πρόβλημα υπολογισμού των $\lambda_u^i(n_u^i)$ και $\lambda_d^i(n_d^i)$ είναι η λύση ενός προβλήματος σταθερού σημείου.

Προκειμένου να επιτύχουμε τη σύγκλιση θα εφαρμόσουμε μία επαναληπτική διαδικασία που περιγράφεται στον αλγόριθμο 2 παρακάτω. Αποτελείται από εφαρμογή διαδοχικών περασμάτων προς τα εμπρός (βήμα 1) και προς τα πίσω (βήμα 2). Στο προς τα εμπρός πέρασμα εξάγουμε νέες εκτιμήσεις του ρυθμού άφιξης των προς τα πίσω διαδικασιών $\lambda_u^i(n_u^i)$ δίνοντας εκτιμήσεις για τις προς τα εμπρός παραμέτρους $\lambda_d^i(n_d^i)$. Αναλύουμε το L^1 με τον Αλγόριθμο 1 και υπολογίζουμε την $\lambda_d^1(n_d^1)$. Έτσι έχουμε τις $\lambda_0^1(n_0^1)$ και υπολογίζουμε τις $\lambda_u^2(n_u^2)$ σύμφωνα με την (5). Ξανά με τον αλγόριθμο 1 αναλύουμε το υποσύστημα L^2 κ.ο.κ. μέχρι το L^{N-1} . Αυτό το προς τα εμπρός πέρασμα παρέχει νέες εκτιμήσεις για τους ρυθμούς άφιξης των προς τα πίσω παραμέτρων όλων των υποσυστημάτων.

Με παρόμοιο τρόπο το προς τα πίσω πέρασμα εμπλέκει τα στάδια από το L^N έως το L^2 και εξάγουμε νέες εκτιμήσεις του ρυθμού άφιξης των προς τα εμπρός διαδικασιών $\lambda_d^i(n_d^i)$ δίνοντας εκτιμήσεις για τις προς τα πίσω παραμέτρους $\lambda_u^i(n_u^i)$.

Η διαδικασία σταματάει όταν επιτευχθεί η σύγκλιση των αγνώστων παραμέτρων. Τότε μπορούμε να πάρουμε όλες τις παραμέτρους απόδοσης του ενδιαφέροντος μας.

Αλγόριθμος 2: Ανάλυση ενός EKCS πολλών σταδίων

Βήμα 0: Αρχικοποίηση

Θέτουμε τις άγνωστες προς τα εμπρός παραμέτρους κάθε υποσυστήματος L^i σε κάποιες αρχικές τιμές:

$$\lambda_d^i(n) = \lambda_D, \quad \text{για } n=0, \dots, K_{i+1}-1 \text{ και } i=1, \dots, N-1$$

Βήμα 1: Υπολογισμός των προς τα πίσω παραμέτρων $\lambda_u^i(n_u^i)$

1.1 Για κάθε υποσύστημα L^i με $i=1, \dots, N-1$:

1.2 Υπολόγισε τις ποσότητες $\lambda_0^i(n)$ για $n=0, \dots, K_{i-1}-1$ με τη χρήση του Αλγόριθμου 1

1.3 Θέσε $\lambda_u^{i+1}(n) = \lambda_0^i(n)$, για $n=0, \dots, K_{i-1}-1$

Βήμα 2: Υπολογισμός των προς τα εμπρός παραμέτρων $\lambda_d^i(n_d^i)$

Για κάθε υποσύστημα L^i με $i=N, \dots, 2$:

2.1 Υπολόγισε τις ποσότητες $\lambda_l^i(n)$ για $n = 0, \dots, K_i - 1$ με τη χρήση του Αλγόριθμου 1

2.2 Θέσε $\lambda_d^{i-1}(n) = \lambda_l^i(n)$ για $n = 0, \dots, K_i - 1$

Βήμα 3: Έλεγχος Σύγκλισης

Αν οι παράμετροι $\lambda_u^i(n_u^i)$ και $\lambda_d^i(n_d^i)$ δεν έχουν ικανοποιήσει το κριτήριο σύγκλισης, που έχουμε ορίσει, τότε επανάληψη της διαδικασίας από το Βήμα 1.

Από τη στιγμή που θα έχουμε σύγκλιση του αλγορίθμου 2 μπορούμε να εξαγάγουμε τις παραμέτρους απόδοσης του συστήματος αλλά και του κάθε σταδίου ξεχωριστά, όπως ποσοστό ανικανοποίητης ζήτησης, μέσο αριθμό καθυστερημένων παραγγελιών και μέσο χρόνο αναμονής καθυστερημένης παραγγελίας. [11],[13].

6. Αριθμητικά αποτελέσματα

Στην παρούσα ενότητα θα ελέγξουμε την ακρίβεια της προσεγγιστικής μεθόδου που αναπτύξαμε για την εκτίμηση της απόδοσης ενός συστήματος EKCS. Η συγγραφή του κώδικα έγινε σε περιβάλλον Matlab. Αφού εξαγάγαμε τα αποτελέσματα με τη χρήση της προσεγγιστικής μεθόδου τα συγκρίναμε με τα αποτελέσματα προσομοίωσης ενός συστήματος EKCS δύο σταδίων με συγκεκριμένη διαμόρφωση που έγινε με το πακέτο προσομοίωσης ARENA. Τα αποτελέσματα αυτά τα πήραμε από την [4].

Παρακάτω θα παρουσιάσουμε τα βήματα της διαδικασίας και τα αποτελέσματα που πήραμε.

Το υπό εξέταση σύστημα είναι ένα EKCS δύο σταδίων με δύο μηχανές ανά στάδιο. Έχουμε δύο διαμορφώσεις:

Περίπτωση 1. Οι μηχανές κάθε σταδίου έχουν ίσους εκθετικούς χρόνους εξυπηρέτησης με $\mu=1$ τμχ/χρονική μονάδα.

Περίπτωση 2. Η πρώτη μηχανή κάθε σταδίου έχει εκθετικό χρόνο εξυπηρέτησης με $\mu=1$ τμχ/χρονική μονάδα και η δεύτερη με χρόνο 1.5151 τμχ/χρονική μονάδα.

Στο σύστημα η ζήτηση καταφθάνει με σταθερό ρυθμό λ_D ίσο με 0.8 τμχ/χρονική μονάδα. Η διαμόρφωση του συστήματος δηλ ο αριθμός των kanban κάθε σταδίου μεταβάλλεται και αποτελεί παράμετρο του συστήματος. Στο σύστημα δεν έχουμε καμία πληροφορία έγκαιρης προειδοποίησης της ζήτησης και δεν υπάρχουν χρόνοι υστέρησης. Σημειώνεται ότι για την μέθοδο που χρησιμοποιούμε θέτουμε στην ουρά της ζήτησης έναν αριθμό τεμαχίων το n_D που ικανοποιεί τις συνθήκες για άπειρη ζήτηση. Τα αποτελέσματα παρατίθενται στους πίνακες 1 και 2 αντίστοιχα για την κάθε περίπτωση. Όπου K_i ο αριθμός των kanban του κάθε σταδίου i , και αντίστοιχα Wip_{iAp} , το Work in Process που υπολογίζεται από τη μέθοδο για το i στάδιο, Wip_{iSim} το Work in Process για το i στάδιο από την προσομοίωση και τέλος το εκατοστιαίο σφάλμα της προσεγγιστικής μεθόδου σε σχέση με τα αποτελέσματα της προσομοίωσης κάθε σταδίου.

α/α	K_1	K_2	Wip_{1Ap}	Wip_{2Ap}	Wip_{1Sim}	Wip_{2Sim}	Error ₁ %	Error ₂ %
1	4	27	3,6493	6,6834	3,9924	6,9726	-8,59	-4,15
2	4	35	3,7157	6,811	3,9909	6,9619	-6,90	-2,17
3	4	43	3,7588	6,8794	3,9804	7,0002	-5,57	-1,73

α/α	K_1	K_2	Wip _{1 Ap}	Wip _{2 Ap}	Wip _{1 Sim}	Wip _{2 Sim}	Error _{1%}	Error _{2%}
4	4	48	3,7795	6,9104	3,981	7,0946	-5,06	-2,60
5	5	26	4,4189	7,7512	4,5786	7,2692	-3,49	6,63
6	5	43	4,5272	7,9879	4,5685	7,2459	-0,90	10,24
7	6	16	4,7958	7,3012	5,0361	7,0184	-4,77	4,03
8	6	20	4,8892	7,6554	5,0575	7,2394	-3,33	5,75
9	7	17	5,248	7,4868	5,4854	7,1541	-4,33	4,65
10	7	22	5,39	7,7294	5,5194	7,5201	-2,34	2,78
11	7	28	5,4954	7,9016	5,5117	7,6145	-0,30	3,77
12	7	37	5,5333	7,9859	5,5265	7,6342	0,12	4,61
13	7	38	5,5367	7,9888	5,4878	7,5664	0,89	5,58
14	8	15	5,5795	7,306	5,8621	7,158	-4,82	2,07
15	8	17	5,6447	7,5252	5,878	7,4341	-3,97	1,23
16	8	24	5,8531	7,8552	5,8787	7,6571	-0,44	2,59
17	9	10	5,5213	6,3552	6,0753	6,3909	-9,12	-0,56
18	9	11	5,6084	6,6348	6,0757	6,5638	-7,69	1,08
19	9	14	5,7739	7,2046	6,139	7,0761	-5,95	1,82
20	9	16	5,9548	7,4217	6,1467	7,3289	-3,12	1,27
21	9	18	6,0548	7,6148	6,1541	7,3787	-1,61	3,20
22	9	23	6,1772	7,8879	6,2141	7,5628	-0,59	4,30
23	9	35	6,2421	8,007	6,2314	7,8579	0,17	1,90
24	10	13	5,9912	7,0797	6,4065	6,9704	-6,48	1,57
25	10	14	6,0375	7,2384	6,4481	7,2032	-6,37	0,49
26	10	17	6,3217	7,592	6,4433	7,4203	-1,89	2,31
27	10	19	6,362	7,7047	6,4619	7,4962	-1,55	2,78
28	10	28	6,5007	8,0244	6,5044	7,7425	-0,06	3,64
29	10	38	6,5398	8,0148	6,5318	7,8088	0,12	2,64
30	11	17	6,5703	7,6291	6,675	7,565	-1,57	0,85
31	12	16	6,7603	7,548	6,843	7,4613	-1,21	1,16
32	12	28	6,9468	8,1093	6,9494	7,886	-0,04	2,83
33	13	16	6,7374	7,5728	6,9974	7,482	-3,72	1,21
34	13	24	7,0949	8,2029	7,0974	7,9273	-0,04	3,48
35	14	14	6,8031	7,3291	7,256	7,2944	-6,24	0,48
36	16	16	7,4019	7,9503	7,4094	7,6246	-0,10	4,27
37	16	32	7,5104	8,1672	7,449	8,0925	0,82	0,92
38	18	18	7,606	8,3858	7,5793	7,612	0,35	10,17
39	19	34	7,7899	8,1593	7,6754	8,0643	1,49	1,18
40	20	20	7,7392	7,748	7,6423	7,9088	1,27	-2,03
41	22	6	7,2454	5,0872	7,332	5,2831	-1,18	-3,71
42	22	22	7,8263	7,8291	7,7139	7,8464	1,46	-0,22

α/α	K_1	K_2	Wip _{1 Ap}	Wip _{2 Ap}	Wip _{1 Sim}	Wip _{2 Sim}	Error _{1%}	Error _{2%}
43	23	22	7,8567	7,8391	7,8432	8,1328	0,17	-3,61
44	24	8	7,8105	5,927	7,6871	6,2344	1,61	-4,93
45	26	10	7,9406	6,5123	7,927	6,9062	0,17	-5,70
46	27	26	7,9353	8,0459	7,9747	8,5352	-0,49	-5,73
47	30	14	8,0841	7,4219	7,954	7,8941	1,64	-5,98

Πίνακας 1. Αποτελέσματα μεθόδου Περίπτωση 1 $\lambda_D=0.8$ $n_D=60$

α/α	K_1	K_2	Wip _{1 Ap}	Wip _{2 Ap}	Wip _{1 Sim}	Wip _{2 Sim}	Error _{1%}	Error _{2%}
1	3	8	2,3351	4,0017	2,568	3,8826	-9,07	3,07
2	3	9	2,3721	4,213	2,5797	4,0488	-8,05	4,06
3	4	7	2,7178	3,8947	3,0191	3,9753	-9,98	-2,03
4	4	8	2,7522	4,3182	3,0146	4,0498	-8,70	6,63
5	5	7	3,0209	3,9644	3,3825	4,0748	-10,69	-2,71
6	5	14	3,3108	4,7756	3,4209	4,7712	-3,22	0,09
7	6	7	3,2911	4,0324	3,6717	4,0878	-10,37	-1,36
8	7	4	3,3875	3,0257	3,7903	3,1381	-10,63	-3,58
9	7	6	3,3858	3,7289	3,902	3,821	-13,23	-2,41
10	7	7	3,4517	4,066	3,9272	3,97	-12,11	2,42
11	7	10	3,6444	4,7435	3,9464	4,4632	-7,65	6,28
12	7	13	3,8193	4,806	3,9672	4,738	-3,73	1,44
13	8	4	3,5984	3,0372	4,0143	3,1134	-10,36	-2,45
14	8	6	3,6608	3,7482	4,0937	3,8218	-10,57	-1,93
15	8	7	3,6275	4,1772	4,1253	3,9579	-12,07	5,54
16	8	11	3,8787	4,7336	4,2015	4,7792	-7,68	-0,95
17	8	14	4,0482	4,894	4,1791	4,9792	-3,13	-1,71
18	9	4	3,7825	3,0456	4,1739	3,1638	-9,38	-3,74
19	9	5	3,7544	3,433	4,2096	3,5087	-10,81	-2,16
20	9	6	3,8203	3,7587	4,2642	3,8478	-10,41	-2,32
21	9	6	3,8203	3,7587	4,2642	3,8478	-10,41	-2,32
22	10	4	3,7976	3,0494	4,2735	3,1796	-11,14	-4,09
23	10	7	4,0086	4,1198	4,4489	4,1673	-9,90	-1,14
24	10	10	3,996	4,6676	4,4742	4,6608	-10,69	0,15
25	10	11	4,1672	4,8042	4,5019	4,7655	-7,43	0,81

Πίνακας 2. Αποτελέσματα μεθόδου Περίπτωση 2 $\lambda_D=0.8$ $n_D=100$

7. Συμπεράσματα

Αναπτύξαμε μία αναλυτική προσεγγιστική μέθοδο βασισμένη στην αποσύνθεση για την εκτίμηση της απόδοσης του Extended Kanban. Τα αριθμητικά αποτελέσματα έδειξαν ότι η μέθοδος έχει αρκετά καλά αποτελέσματα. Εκτός από τα παραπάνω πειράματα εκτελέσαμε και άλλα με διαφορετικές διαμορφώσεις και ένα ακόμη επιπλέον στάδιο. Η μέθοδος είναι γενική υπό την έννοια ότι δεν υπάρχουν περιορισμοί στον αριθμό των σταδίων, το πλήθος και το είδος των μηχανών. Η ταχύτητα της μεθόδου σε σχέση με την προσομοίωση επιτρέπει την προσέγγιση μίας βέλτιστης λύσης για ένα σχεδιαζόμενο σύστημα προς την κατεύθυνση μείωσης μίας αντικειμενικής συνάρτησης κόστους.

Παρόλα αυτά όμως στόχος της προσπάθειας είναι η ανάπτυξη μία προσεγγιστικής μεθόδου με περισσότερα ακριβή αποτελέσματα. Προς αυτή την κατεύθυνση διεξάγεται αυτή τη στιγμή έρευνα που βασίζεται στη σύζευξη των δύο σταθμών συγχρονισμού του extended kanban, δημιουργία ενός νέου σταθμού τεσσάρων τάξεων και επίλυση του με τη μέθοδο της συνάθροισης των τάξεων. Η παραπάνω διαδικασία αποβλέπει στην αντιμετώπιση της ιδιαιτερότητας του extended kanban που η ζήτηση δεν είναι ανεξάρτητη αλλά κοινή για όλους τους σταθμούς συγχρονισμού. Τα προβλήματα σε αυτή τη διαδικασία αντιμετωπίζονται στην ολοκλήρωση του δευτέρου αλγορίθμου. Μόλις επιτευχθεί αυτό θα είναι δυνατή η επίλυση όλου του συστήματος με μία μικρή τροποποίηση των παραπάνω αλγορίθμων.

Αναφορές

- [1]. Δαχτάρης Ι. (2000), “ Αποτίμηση Συμπεριφοράς Τύπου Extended Kanban”, Μεταπτυχιακή Εργασία στο Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.
- [2]. Μαγλαράς Λ. (2004), “Προσεγγιστική Μέθοδος για την Εκτίμηση της Απόδοσης των Σταθμών Συγχρονισμού ενός Συστήματος Extended Kanban”, Μεταπτυχιακή Εργασία στο Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.
- [3]. Μπουλάς Κ. (2006), ‘Εκτίμηση Απόδοσης Σταθμού Συγχρονισμού Συστήματος Ελέγχου Παραγωγής Extended Kanban σε περιβάλλον Matlab και Προσπάθεια για την Εκτίμηση της Απόδοσης Ενός Συστήματος Extended Kanban” Διπλωματική Εργασία στο Τμήμα Μηχανικών Οικονομίας και Διοίκησης του Πανεπιστημίου Αιγαίου.
- [4]. Τρυφονόπουλος Π. (2000), “Βελτιστοποίηση Γενικευμένου Συστήματος Ελέγχου Παραγωγής Extended Kanban Δύο Σταδίων», Διπλωματική Εργασία στο Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.
- [5]. Baskett, F., K.M. Chandy, R.R. Muntz and F. Palacios-Gomez (1975) “Open, Closed and Mixed Networks of Queues with Different Classes of Customers,” *Journal of ACM*, 22, 248-260.
- [6]. Baynat, B. and Y. Dallery (1993) “A Unified View of Product-Form Approximation Techniques for General Closed Queuing Networks,” *Performance Evaluation*, 18 (3), 205-224.
- [7]. Baynat, B. and Y. Dallery (1995) “Approximate Analysis of Multi-Class Synchronized Closed Queuing Networks,” in Proceedings of the International Workshop on Modeling, Analysis and Simulation of Computer and Telecommunications Systems, Durham, North Carolina.
- [8]. Bruell, S.C. and G. Balbo (1980) *Computational Algorithms for Closed Queuing Networks*, Elsevier North-Holland, Amsterdam.
- [9]. Buzen, J.P. (1973) “Computational Algorithms for Closed Queuing Networks with Exponential Servers,” *Comm. ACM*, 16 (9), 527-531.
- [10]. Cox, D.R. (1955) “A Use of Complex Probabilities in the Theory of Stochastic Processes”, *Proc. Camb. Philos. Soc.*, 51, 313-319.

- [11]. Dallery, Y. (1990) “Approximate Analysis of General Open Queuing Networks with Restricted Capacity,” *Performance Evaluation*, 11 (3), 209-222.
- [12]. Dallery, Y. and G. Liberopoulos (2000) “Extended Kanban Control System: Combining Kanban and Base Stock,” *IIE Transactions*, 32 (4), 369-386.
- [13]. Di Mascolo, M., Y. Frein and Y. Dallery (1996) “An Analytical Method for Performance Evaluation of Kanban Controlled Production Systems,” *Operations Research*, 44 (1), 50-64.
- [14]. Duri, C., Y. Frein and M. Di Mascolo (2000) “Comparison among Three Pull Control Policies: Kanban, Base Stock and Generalized Kanban,” *Annals of Operations Research*, 93, 41-69
- [15]. Gordon, W.J. and G.F. Newell (1967) “Closed Queuing Networks with Exponential Servers,” *Operations Research*, 15, 252-267.
- [16]. Jackson, J.R. (1963) “Jobshop-Like Queuing Systems,” *Management Science*, 10 (1), 131-142.
- [17]. Koukoumialos, S., and G. Liberopoulos. (2005). “An analytical method for the performance evaluation of echelon kanban control systems.” *OR SPECTRUM*. 27 339-368.
- [18]. Liberopoulos, G. and Y. Dallery (2000) “A Unified Framework for Pull Control Mechanisms in Multi-Stage Manufacturing Systems”, *Annals of Operations Research*, 93, 325-355.
- [19]. Marie, R. (1979) “An Approximate Analytical Method for General Queuing Networks,” *IEEE Transactions on Software Engineering*, 5(5), 530-538.
- [20]. Marie, R. (1980) “Calculating Equilibrium Probabilities for $\lambda(n)/Ck/1/N$ Queues,” *Performance Evaluation Revue*, 9, 117-125.
- [21]. Stewart, W.J., (1978) “A Comparison of Numerical Techniques in Markov Modelling,” *Communications of the ACM*, 21 (2), 144-152.
- [22]. Zipkin, P. (2000) *Foundations of Inventory Management*, McGraw Hill: Management & Organization Series, Boston, MA.